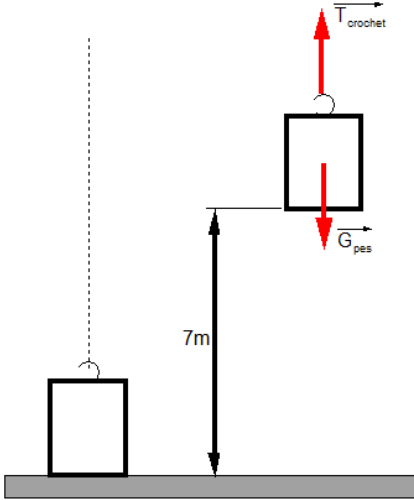


Exercice 1

Une grue soulève verticalement entre la position 1 ($z=0$) et la position 2 ($z=7\text{m}$) une charge de 600 kg à la vitesse uniforme de $0,2\text{ m/s}$. Déterminer le travail effectué par l'action du crochet sur la charge entre les positions 1 et 2.

Si on néglige les pertes, déterminer la valeur du couple moteur ($N=1430\text{ tr/min}$) pendant la montée de la charge.

Mise en situation



Une étude de statique (solide en équilibre sous l'action de deux forces) permet de montrer que :

$$\vec{G}_{\text{pes}} + \vec{T}_{\text{crochet}} = \vec{0}$$

$$\text{D'où : } T_{\text{crochet}} = G_{\text{pes}} = m \times g = 600 \times 10 = 6\,000\text{ N}$$

Le cours indique que pour un solide en translation :

$$W = \|\vec{F}\| \times d \times \cos\theta$$

Avec :

W : travail (J)

$\|\vec{F}\|$: force appliquée au solide S (N)

d : distance parcourue (m)

$\theta = 0$ car la force \vec{T}_{crochet} est parallèle au déplacement

$$\text{Donc : } W_{\text{crochet}} = T_{\text{crochet}} \times z = 6\,000 \times 7 = 42\,000\text{ J}$$

Si on suppose que le rendement du mécanisme est de 1, on peut en déduire que :

$$W_{\text{crochet}} = W_{\text{moteur}} = 42\,000\text{ J}$$

Le cours indique que pour un solide en rotation :

$$W_{\text{moteur}} = C \times \theta \Rightarrow C = \frac{W_{\text{moteur}}}{\theta}$$

$$\text{Durée du mouvement : } t = \frac{d}{v} = \frac{7}{0,2} = 35\text{ s}$$

$$\text{Angle de rotation : } N = 1430\text{ tr/min} = \frac{1430}{60} = 23,83\text{ tr/s} \Rightarrow \theta = (23,83 \times 2\pi) \times 35 = 5\,241\text{ rad}$$

$$\text{D'où : } C = \frac{W_{\text{moteur}}}{\theta} = \frac{42\,000}{5\,241} = 8\text{ N.m}$$

Exercice 2

On considère l'arbre d'un moteur-frein qui entraîne la chaîne cinématique d'une machine. Le disque frein lié en rotation avec l'arbre du moteur est freiné à la mise hors tension du moteur. La fréquence de rotation du moteur est de 1430 tr/min en charge. A la mise hors tension, le frein doit pouvoir arrêter les éléments tournants de la machine en $0,5\text{ s}$ dans un mouvement qui est supposé uniformément décéléré. Compte tenu de l'ensemble de la chaîne cinématique, le moment d'inertie équivalent de l'arbre moteur par rapport à l'axe de rotation (O, \vec{z}) est $I(O, \vec{z}) = 0,3\text{ kg.m}^2$.

Déterminer l'accélération θ'' et l'angle de rotation θ dont a tourné l'arbre moteur pendant la phase de freinage.

En appliquant le principe fondamental de la dynamique déterminer le moment M_f de l'action du frein sur l'arbre moteur.

Déterminer le travail effectué pendant la phase de freinage.

Calcul de la décélération :

$$\theta'' = \frac{\Delta\theta'}{t} = \frac{-1430 \times 2\pi}{60 \times 0,5} = -300\text{ rad/s}^2$$

Angle de rotation :

Rappel du cours de cinématique, pour un solide en rotation :

$$2 \times \theta'' \times (\theta_{\text{final}} - \theta_{\text{initial}}) = \theta'_{\text{final}}{}^2 - \theta'_{\text{initial}}{}^2$$

D'où :

$$2 \times -300 \times (\theta_{\text{final}} - 0) = 0^2 - \left(\frac{1430 \times 2\pi}{60}\right)^2 \Rightarrow -600 \times \theta_{\text{final}} = -150^2 \Rightarrow \theta_{\text{final}} = \frac{-150^2}{-600} = 37,5\text{ rad}$$

Rappel du cours de dynamique, pour un solide en rotation (théorème du moment résultant dynamique) :

$$M_f = I(O, \vec{z}) \times \theta'' = 0,3 \times -300 = -90\text{ N.m}$$

Travail :

$$W_{\text{frein}} = M_f \times \theta = -90 \times 37,5 = -3\,375\text{ J}$$

Exercice 3

Déterminer pour les exercices précédents la puissance sur l'arbre moteur pendant la montée de la charge (ex 1) et la puissance du frein au début du freinage (ex 2).

$$P_1 = \frac{W_{\text{moteur}}}{t} = \frac{42\,000}{35} = 1\,200\text{ W}$$

$$P_2 = \frac{W_{\text{frein}}}{t} = \frac{-3\,375}{0,5} = -6\,750\text{ W}$$