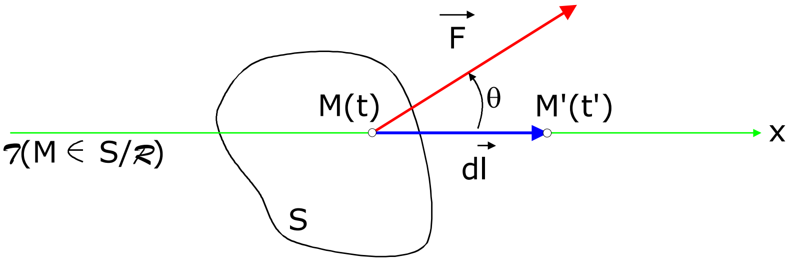
Travail

Travail d'une force agissant sur un solide animé d'un mouvement de translation

Dans un repère galiléen $\mathcal{R}$, on considère le mouvement de translation rectiligne d'axe x du solide S.



$$\boxed{W = \left\|\vec{F}\right\| \times d \times \cos\theta}$$

Avec :

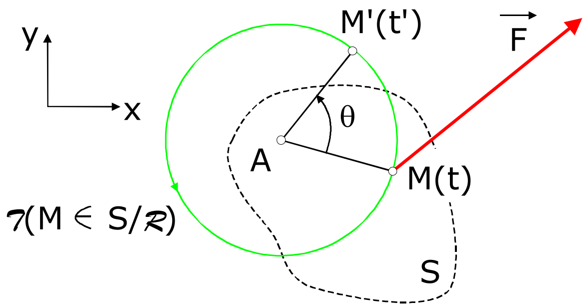
W : travail (J)

$\left\|\vec{F}\right\|$: force appliquée au solide S (N)

d : distance parcourue (m)

Travail d'une force agissant sur un solide animé d'un mouvement de rotation

Dans un repère galiléen $\mathcal{R}$, on considère le mouvement de rotation du solide S autour d'un axe fixe $(A,\vec{z})$.



$$\boxed{W = \overline{M}_{(A,\vec{z})}\left(\vec{F}\right) \times \theta}$$

Autre expression :

$$\boxed{W = C \times \theta}$$

Avec :

W : travail (J)

$\overline{M}_{(A,\vec{z})}\left(\vec{F}\right)$: moment algébrique de la force $\vec{F}$ par rapport à l'axe $(A,\vec{z})$ (m.N)

θ : angle de rotation du solide (rad)

Exercices d'application

Exercice 1

Une grue soulève verticalement entre la position 1 (z=0) et la position 2 (z=7m) une charge de 600 kg à la vitesse uniforme de 0,2 m/s.

Déterminer le travail effectué par l'action du crochet sur la charge entre les positions 1 et 2.

Si on néglige les pertes, déterminer la valeur du couple moteur (N=1430 tr/min) pendant la montée de la charge.

Exercice 2

On considère l'arbre d'un moteur-frein qui entraîne la chaîne cinématique d'une machine. Le disque frein lié en rotation avec l'arbre du moteur est freiné à la mise hors tension du moteur. La fréquence de rotation du moteur est de 1430 tr/min en charge. A la mise hors tension, le frein doit pouvoir arrêter les éléments tournants de la machine en 0,5s dans un mouvement qui est supposé uniformément décéléré. Compte tenu de l'ensemble de la chaîne cinématique, le moment d'inertie équivalent de l'arbre moteur par rapport à l'axe de rotation $(O,\vec{z})$ est $I(O,\vec{z})$ =0,3 kg.m².

Déterminer l'accélération θ'' et l'angle de rotation θ dont a tourné l'arbre moteur pendant la phase de freinage.

En appliquant le principe fondamental de la dynamique déterminer le moment M_f de l'action du frein sur l'arbre moteur.

Déterminer le travail effectué pendant la phase de freinage.

Puissance

Puissance développée par une force agissant sur un solide en translation

$$\boxed{P = \vec{F} \cdot \vec{V}(M \in S/R)}$$

$$\boxed{P = \|\vec{F}\| \times \|\vec{V}(M \in S/R)\| \times \cos\theta}$$

Avec :
P : puissance (Watt : W)
$\|\vec{F}\|$: force appliquée au solide S (newton : N)
$\|\vec{V}(M \notin S/R)\|$: vitesse du solide S (m/s)

Puissance développée par une force agissant sur un solide en rotation autour d'un axe

$$\boxed{P = \overline{M}_{(A,\vec{z})}(\vec{F}) \times \theta'}$$

Avec :
P : puissance (Watt : W)
$\overline{M}_{(A,\vec{z})}(\vec{F})$: moment algébrique de la force $\vec{F}$ par rapport à l'axe $(A,\vec{z})$ (m.N)
θ' : vitesse angulaire du solide S (rad/s)

Autre expression :

$\boxed{P = C \times \theta'}$ aussi noté $\boxed{P = C \times \omega}$

Exercice

Déterminer pour les exercices précédents la puissance sur l'arbre moteur pendant la montée de la charge (ex 1) et la puissance du frein au début du freinage (ex 2).

Energies

Définition

On appelle énergie, au sens large du terme, toute grandeur physique susceptible d'être transformée en travail mécanique.

Différentes formes de l'énergie

Energie électrique : c'est en fait une énergie de transport. Dans un matériau conducteur, sous l'effet d'une différence de potentiel, certains électrons sont libérés et circulent.
Energie calorifique : elle peut provenir de multiples phénomènes : combustions, réactions chimiques, rayonnement solaire…
Energie nucléaire : cette énergie se manifeste lorsque le noyau de l'atome se trouve modifié.
Energie chimique : elle provient de la transformation des matériaux.
Energie mécanique : c'est l'énergie produite par toutes les machines simples.

Principe de conservation de l'énergie totale

Pour un système matériel isolé, l'énergie total est constante :

$$\boxed{E_{total} = Cte}$$

Rendement :

Une machine qui transforme une forme d'énergie quelconque en énergie mécanique a un rendement qui peut s'exprimer par :

$$\boxed{\eta = \frac{P_{utile}}{P_{absorbée}}}$$

La puissance absorbée est la puissance fournie à la machine par la source d'énergie.
La puissance utile est la puissance fournie par la machine au milieu extérieur.
La puissance dissipée par les pertes est la différence entre la puissance absorbée et la puissance utile.

Rendement d'une chaîne cinématique

Le rendement global η d'une chaîne cinématique est obtenu en faisant le produit des rendements de chacun des éléments constituant la chaîne :

$$\boxed{\eta_{global} = \eta_1 \times \eta_2 \times .... \times \eta_i}$$

Energie potentielle de pesanteur

Le travail du poids dans le déplacement de 1 vers 2 est égal à l'énergie potentielle de pesanteur en 1 diminuée de l'énergie potentielle en 2.

$$W_{1,2} = E_{pes1} - E_{pes2}$$

$$\boxed{E_{pes} = m \times g \times z}$$

Energie potentielle d'élasticité

Le travail de la force du ressort dans le déplacement de 1 vers 2 est égal à l'énergie potentille d'élasticité en 1 diminué de l'énergie potentielle d'élasticité en 2.

$$W_{1,2} = E_{els1} - E_{elas2}$$

$$\boxed{E_{elas} = \frac{k}{2} \times (l_0 - l)^2}$$

Energie potentielle de pression

Le travail de la force du gaz dans le déplacement de 1 vers 2 est égal à l'énergie potentille de pression en 1 diminué de l'énergie potentielle de pression en 2.

$$W_{1,2} = E_{pres1} - E_{pres2}$$

$$\boxed{E_{pres} = \int_1^2 pdv}$$

il est donc nécessaire de connaître l'évolution de la pression

Energie cinétique

Tout corps en mouvement peut fournir un certain travail si sa vitesse diminue. Il possède une énergie dite énergie cinétique.

- Mouvement de translations rectiligne

$$\boxed{E_{cin} = \frac{1}{2} \times m \times v^2}$$

- Mouvement de rotation autour d'un axe $(O,\vec{z})$

$$\boxed{E_{cin} = \frac{1}{2} \times I(O,\vec{z}) \times \theta'^2}$$

Théorème de l'énergie cinétique

Dans un repère galiléen, la variation d'énergie cinétique d'un solide S entre les instants t1 et t2 est égale à la somme algébrique des travaux de toutes les actions mécaniques extérieures appliquées à ce solide s entre les deux instants considérés :

$$\boxed{W(\overline{S} \to S)_{1,2} = E_{cin2} - E_{cin1}}$$