Palan à chaîne

On donne :

$Z_{18} = 24\ dents\ ;\ Z_{19} = 60\ dents\ ;\ Z_{20} = 60\ dents\ ;\ Z_{21} = 24\ dents\ ;$

Le moteur électrique a une fréquence de rotation de 1310 tr/min en charge.
Le réducteur a un rapport de transmission k et un rendement η= 0,8.

La roue à chaîne 5 a un diamètre primitif de 48 mm. On définit $\vec{Z}$ vertical vers le haut.

Etude n°1

On se propose d'étudier la phase de montée à vitesse constante de la charge maximale entre la position 1 et la position 2 sur une distance de 2m. La charge S est de 250 Kg. On prendra g=10m/s².

1. Calculer le rapport de transmission k.
2. Déterminer
   a. l'action mécanique $\vec{A}(30 \rightarrow S)$ du crochet 30 sur la charge S.
   b. le travail effectué par $\vec{A}(30 \rightarrow S)$
3. Déterminer la vitesse de montée uniforme du centre de gravité G de la charge.
4. Déterminer la puissance développée par $\vec{A}(30 \rightarrow S)$ pendant la montée.
5. Déterminer la puissance nominale du moteur en vitesse de régime et la valeur du couple agissant sur l'arbre moteur.

Etude n°2

Le moteur doit atteindre sa vitesse de régime en 1s. Le mouvement de montée est supposé uniformément accéléré. On néglige l'inertie des pièces en rotation.

1. Pendant la phase de démarrage déterminer :
   a. L'accélération angulaire θ''_3 de l'arbre moteur
   b. L'accélération angulaire θ''_5 de la roue à chaîne
   c. L'accélération $\vec{\Gamma}(G \in S/R)$ du centre de gravité de la charge S.
2. Déterminer l'action mécanique $\vec{A}(30 \rightarrow S)$ du crochet 30 sur la charge S pendant la phase de démarrage.
3. Déterminer la variation de hauteur de la charge et le travail effectué par $\vec{A}(30 \rightarrow S)$ pendant la phase de démarrage.
4. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à la charge S, déterminer $\|\vec{V}(G \in S/R)\|$ à la fin de la phase de démarrage.
5. Déterminer la puissance maximale développée par $\vec{A}(30 \rightarrow S)$.
6. Déterminer la puissance nominale du moteur et la valeur du couple sur l'arbre moteur.

Etude 1

1. $k = \frac{\theta'_5}{\theta'_{mot}} = \frac{produit\ Z_{menant}}{produit\ Z_{mené}} = \frac{Z_{21} \times Z_{18}}{Z_{19} \times Z_{20}} = \frac{24 \times 24}{60 \times 60} = 0{,}16$
2. Une étude de statique (On isole la charge, solide en équilibre sous l'action de deux forces) permet de montrer que : $\overrightarrow{G_{pes}} + \overrightarrow{A_{30 \to S}} = \vec{0}$

   D'où : $\|\overrightarrow{A_{30 \to S}}\| = \|\overrightarrow{G_{pes}}\| = m \times g = 250 \times 10 = 2\,500\ N$

   Le cours indique que pour un solide en translation : $W = F \times d \times cos\,(\widehat{\vec{F}, \vec{d}})$, et donc avec les notations de cet exercice : $W_{charge} = \|\overrightarrow{A_{30 \to S}}\| \times d = 2\,500 \times 2 = 5\,000\ J$
3. $V_{charge} = \theta'_5 \times R_5 = (k \times \theta'_{mot}) \times \frac{D_5}{2} = 0{,}16 \times \frac{1310 \times 2\pi}{60} \times \frac{48}{2} = 527 mm/s = 0{,}527 m/s$
4. $P_{charge} = F \times V = 2\,500 \times 0{,}527 = 1317\ W$
5. $P_{moteur} = \frac{P_{charge}}{\eta} = \frac{1438}{0{,}8} = 1\,647\ W$

Etude 2

1. $\theta''_3 = \frac{\Delta\theta'}{t} = \frac{\frac{1310 \times 2\pi}{60}}{1} = 137\ rad/s^2$

   $\theta''_5 = \theta''_3 \times k = 137 \times 0{,}16 = 21{,}9\ rad/s^2$

   $\|\overrightarrow{\Gamma(G \in S/\mathcal{R})}\| = \theta''_5 \times R_5 = \theta''_5 \times \frac{D_5}{2} = 21{,}9 \times \frac{48}{2} = 526 mm/s^2 = 0{,}526\ m/s^2$
2. Attention : ici on n'est plus en statique, donc : $\overrightarrow{G_{pes}} + \overrightarrow{A_{30 \to S}} = m \times \overrightarrow{\Gamma(G \in S/\mathcal{R})}$

   $\|\overrightarrow{A_{30 \to S}}\| = \|\overrightarrow{G_{pes}}\| + m \times \|\overrightarrow{\Gamma(G \in S/\mathcal{R})}\| = m \times g + m \times \|\overrightarrow{\Gamma(G \in S/\mathcal{R})}\|$

   $= m \times \left(g + \|\overrightarrow{\Gamma(G \in S/\mathcal{R})}\|\right) = 250 \times (10 + 0{,}526) = 2\,631\ N$
3. $x = \frac{1}{2} \times \gamma \times t^2 + V_0 \times t + x_0 = \frac{1}{2} \times 0{,}526 \times 1^2 + 0 + 0 = 0{,}263 m$

   $W_{charge} = \|\overrightarrow{A_{30 \to S}}\| \times d = 2\,631 \times 0{,}263 = 692\ J$

   $W_{pesanteur} = -\|\overrightarrow{G_{pes}}\| \times d = 2\,500 \times 0{,}263 = -657\ J$
4. $\Delta E_C = (E_c)_{finale} - (E_c)_{initiale} = \sum W = W_{charge} + W_{pesanteur}$
5. $\Rightarrow \frac{1}{2} \times m \times V_{finale}{}^2 - \frac{1}{2} \times m \times V_{initale}{}^2 = \sum W = W_{charge} + W_{pesanteur}$

   $\Rightarrow \frac{1}{2} \times m \times V_{finale}{}^2 - 0 = 692 - 657 \Rightarrow V_{finale}{}^2 = \frac{35 \times 2}{m} = \frac{35 \times 2}{250} = 0{,}28$

   $\Rightarrow V_{finale} = \sqrt{0{,}332} = 0{,}529\ m/s$
6. $P_{charge} = F \times V = 2\,631 \times 0{,}529 = 1\,392\ W$
7. $P_{moteur} = \frac{P_{charge}}{\eta} = \frac{1\,533}{0{,}8} = 1\,740\ W$